

Теория истины Даммита и коннексивная логика

А.А. Беликов, кафедра логики ФФ МГУ

Е.В. Логинов, кафедра ИЗФ ФФ МГУ

14 мая 2021

uAnalytiCon-2021

Исток проблемы

- Метафизика истины задается вопросом «Что есть истина?».
- Это отличается от вопроса «Как мы узнаем, что нечто истинно?»
- Но все же природу истины естественно связывать с познаваемостью.
- Поэтому т.н. эпистемические теории истины выглядят привлекательно. Идея, грубо говоря, в том, что истина и есть познаваемость.

Случаи Мура

- Однако есть Мур.

«Плохие игроки в вист часто вообще не замечают, какие младшие карты у них есть. В конце партии они не знают точно, был ли у них или нет семерка бубен... После того, как карты были перетасованы, порой возникает спор, была ли у конкретного игрока семерка бубен или нет. ... Но предположим, что тот же вопрос возникает снова, через неделю после того, как та игра была сыграна. Была или нет у вас на прошлой неделе в той конкретной партии семерка бубен? ... Мне кажется совершенно очевидно, что на самом деле очень часто у нас есть две идеи, из которых одна или другая определенно истинны; и все же, по всей вероятности, уже невозможно и никогда не будет возможным ни для одного из людей верифицировать ни одну из них» [Moore 1907, 36-38]

Идея Мура проста:

- (1) Существуют такие носители истины, которые либо истинны, либо ложны.
- (2) И эти носители истины нельзя проверить.

Как можно на это отвечать?

- В голову приходят два пути.
- Отрицать (1) или отрицать (2).
- Что можно получить, отрицая (2)?

Подход Пирса

- Мы можем просто отрицать, что существуют такие носители истины, которые нельзя проверить.
- Тогда всякий носитель истины можно проверить.
- Пирс: никогда не говорите, что нечто находится за пределами исследования, «чтобы познавать, ты должен желать познавать» (первое правило разума), «Не преграждай пути исследованию» (1.135).
- Иначе говоря: всегда продолжай копать!

Проблема с Пирсом

- Это, может, и умно, но
- сложно представить себе конкретные способы исследования по отношению к случаям Мура.
- И мы всегда можем придумать случай Мура посложнее.
- Так что нам нужно исследовать другой подход.

Другим путем...

- Это отрицать (1).
- Если нет такого принципа, то нельзя сконструировать случаи Мура.
- Но что значит «отрицать (1)»?

Отрицать (1)

- Отрицать принцип двузначности: неверно, что всякий носитель истины либо истин, либо ложен. (семантическое требование)
- Отрицать закон исключенного третьего:
 $A \vee \neg A$ не является законом. (синтаксическое требование)

Но этого мало

- Потому что Мур просто скажет, что его случаи не опираются прямо на то, какие свойства у логики, в рамках которой мы рассуждаем.
- Это принцип здравого смысла: кажется очевидным, что у меня либо была семерка бубен, либо нет.

Метафизика нам поможет

- Отрицание (1) должно сопровождаться также и метафизическими утверждениями.
- Антиреализм:
 - Когда некий носитель истинности ТВ, который утверждает или отрицает некоторое положение дел SA, имеет истинностное значение, которое не-истина и не-ложь, тогда и говорить не о чем.
 - Реальность не является независимой от ума.
- Кажется, что это предотвращает образование случаев Мура.

Это очень похоже на то, что говорит
Даммит:

- (1) Нет принципа двужначности
- (2) Нет закона исключенного третьего
- (3) Антиреализм

Тогда нужно исследовать теорию Даммита.

Очерк теории истины Даммита

- Основа: теория Фреге. Истина и ложь суть абстрактные объекты, которые являются референтами предложений.
- Даммит считает, что теория Фреге не поясняет для чего же нужна истина. The point.
- А целью использования понятия истины является стремление делать истинные утверждения. Что это значит?



Well you can say that,

but the question is

what is the point of saying it?

Для чего нужна истина и ложь?

- Целью введения истины и ложности как значений предложений или высказываний является то различие, которое они позволяют провести между двумя классами положений дел.

E-определение

Каждое высказывание **S**, если оно не является двусмысленным или туманным, делит все возможные положения дел на два класса. Для положений дел первого класса характерно, что (1) высказывание **S** исключает возможность их обнаружить; (2) если некто утверждает **S** и при этом рассматривает одно из положений дел первого класса как то, которое возможно обнаружить, то мы сочтем, что он либо заблуждается сам относительно смысла утверждаемого им высказывания **S**, либо хочет ввести в заблуждение свою аудиторию. Для положений дел второго класса характерно, что высказывание **S** не исключает возможность их обнаружить. Если обнаруживаются положения дел первого класса, то **S** ложно. Если положения дел первого класса не обнаруживаются (то есть все положения дел, с которыми мы сталкиваемся в опыте, — второго класса), то **S** истинно.

Пояснение Яна Рамфита

- Исключающая теория содержания:
содержание высказывания есть множество положений дел, которые исключаются этим высказыванием.
- Когда я говорю, что «Москва есть столица России», то содержание этого высказывания есть множество положений дел таких как {«Томск есть столица России», «Дубна есть столица России» и т.п.}.

Что из этого следует?

- Ясно, что при таком понимании истины нет таких высказываний, которые были бы ни истинными, ни ложными. Назовем «фрегевские» истинностные значения «истина-2» и «ложь-2».
- Но это не все, что можно сказать об истине.

Это видно на примере условных высказываний

- «Если идет дождь, то на улице грязь»
- Все, что гарантируется этим высказыванием: нет такого положения дел, что идет дождь, а на улице чисто.
- Но что если неизвестно, идет ли дождь?
- Тогда Даммиту кажется разумным сказать, что это высказывание не истинное и не ложное, а X.
- Этот уровень истинности мы называем «истина-1», «ложь-1», «не истина-1, не ложь-1».

Отношение между уровнями истины по Даммиту:

- Высказывание истинно-2, если оно истинно-1
- Высказывание ложно-2, если оно ложно-1.
- Высказывание истинно-2, если оно не-истинно-1 и не ложно-1.



Зачем это вообще нужно?

- Это помогает объяснить случаи с отрицанием условных суждений.
- Отрицание есть знак, который, будучи помещенный перед суждением, образует суждение, противоречащее изначальному.
- Однако Даммит хочет, чтобы отрицанием «Если P , то Q » было нечто, что использовалось бы как «Если P , то не- Q ».

Но это не так:
не противоречие, а субконтрарность

P	Q	[If P, then Q]	[Not: if P, then Q]	1
T	T	T	F	
T	F	F	T	
F	T	T	T	
F	F	T	T	

Нужно ввести третье значение:

P	Q	[If P, then Q]	[Not: if P, then Q]
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	X	X
F	F	X	X

Что тут интересно?

- Сама идея, что отрицание «Если P, то Q» должно пониматься как «Если P, то не-Q» странная. Откуда она взялась, что Даммит имеется в виду?
- Неясно.
- Но это похоже на коннексивную импликацию (по Генриху Ванзингу).
 - $\neg (A \supset B) \leftrightarrow (A \supset \neg B)$
- Однако коннексивная логика в современном виде возникла только в 1962-3 гг. с работ Richsrd Angell и Storrs McCall, а Даммит написал свою статью в 1959 году.

Коннексивная логика

- Aristotle's Thesis I: $\sim(A \rightarrow \sim A)$,
- Aristotle's Thesis II: $\sim(\sim A \rightarrow A)$,
- Boethius' Thesis I: $(A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim(A \rightarrow B)$,
- Boethius' Thesis II: $(A \rightarrow B) \rightarrow \sim(A \rightarrow \sim B)$.

Реконструкция импликации Даммита

\rightarrow	T	X	F
T	T	...	F
X
F	X	X	X

Основной принцип: понижение качества значения это плохо.

Чуть более формально

- «Если А, то В» истинно-1, если и только если А не ложно-1 и В истинно-1.
- «Если А, то В» ложно-1, если и только если либо 1) А истинно-1 и В не-истинно-1, либо 2) А не ложно-1 и В ложно-1.
- «Если А, то В» не истинно-1 и не ложно-1, если и только если либо 1) А и В не истинны-1 и не ложны-1, либо 2) А ложно-1.

Тогда

\supset	T	X	F
T	T	F	F
X	T	X	F
T	X	X	X

Семантика

- Три истинностных значения: Т, Х, F.
- Выделенные значения: Т, Х.
- $\neg, \supset, \&, \vee$
- Следование: $\Gamma \vDash \phi \iff$ для всякой оценки u , для всякой $\gamma \in \Gamma$, $u(\gamma) \in \{T, X\}$ влечет $u(\phi) \in \{T, X\}$
- Общезначимость: ϕ общезначима $\iff u(\phi) \in \{T, X\}$ для всякой u

Эта импликация коннексивна

- Aristotle's Thesis I: $\sim(A \rightarrow \sim A)$,
- Aristotle's Thesis II: $\sim(\sim A \rightarrow A)$,
- Boethius' Thesis I: $(A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim(A \rightarrow B)$,
- Boethius' Thesis II: $(A \rightarrow B) \rightarrow \sim(A \rightarrow \sim B)$.

Она не ведет к парадоксам, например, из противоречия не следует все, что угодно. В такой логике будет, например, закон Пирса, будет рефлексивность, но не будет, например, теоремы дедукции.

Эту логику мы аксиоматизировали , доказали ее полноту и непротиворечивость.

Такая логика будет паранепротиворечивой и родственна логике RM3.

Она может быть отнесена к диалетеистическим логикам. Поэтому мы будем называть ее dRM3.

Axioms:

- $$((\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi) \quad (\text{A1})$$
- $$((\chi \rightarrow \varphi) \wedge (\chi \rightarrow \psi)) \rightarrow (\chi \rightarrow (\varphi \wedge \psi)) \quad (\text{A2})$$
- $$((\varphi \rightarrow \chi) \wedge (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow ((\varphi \vee \psi) \rightarrow \chi) \quad (\text{A3})$$
- $$(\varphi \wedge (\psi \vee \chi)) \rightarrow ((\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)) \quad (\text{A4})$$
- $$\varphi \rightarrow (\varphi \vee \psi) \quad (\text{A5})$$
- $$\psi \rightarrow (\varphi \vee \psi) \quad (\text{A6})$$
- $$(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \varphi \quad (\text{A7})$$
- $$(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \psi \quad (\text{A8})$$
- $$\varphi \vee (\varphi \rightarrow \psi) \quad (\text{A9})$$
- $$\varphi \vee \sim\varphi \quad (\text{A10})$$
- $$\sim(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\sim\varphi \vee \sim\psi) \quad (\text{A11})$$
- $$\sim(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\sim\varphi \wedge \sim\psi) \quad (\text{A12})$$
- $$\varphi \leftrightarrow \sim\sim\varphi \quad (\text{A13})$$
- $$(\varphi \rightarrow \sim\psi) \rightarrow \sim(\varphi \rightarrow \psi) \quad (\text{A14})$$
- $$(\sim\psi \wedge (\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \sim\varphi \quad (\text{A15})$$

Rules:

- $$\varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi \quad (\text{R1})$$
- $$\varphi, \sim(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \sim\psi \quad (\text{R2})$$
- $$\varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi \quad (\text{R3})$$
- $$\sim\varphi, \psi \vdash \varphi \rightarrow \psi \quad (\text{R4})$$

Итого:

- Исторический результат: у Даммита была коннексивная импликация незадолго до развития коннексивных логик
- Логический результат: построена система dRM3.
- Но что же метафизика?

Назад к метафизике

- На первый взгляд кажется, что случаи Мура не могут возникать в такой логике. Например, тавтологией будут такие суждения:
 - Если было 7 бубнов и не было 7 бубнов, то было 7 бубнов.
 - Неверно, что [Если было 7 бубнов и не было, то было 7 бубнов]
- Должен ли Мур вздохнуть и покориться?

Нет.

- Рассмотрим еще раз основания нашего второго пути решения для случаев Мура.
- Это отвержение (1) + метафизика антиреализма, тесно связанная с этим отвержением.
- Разумеется, в такой реконструкции у логики Даммита нет принципа двухзначности.
- Но

У Даммита есть закон исключенного третьего

- Это неизбежное следствие того, что X выделенное значение.
- А X не может быть невыделенным значением, так как истинность первого уровня связана с истинностью второго уровня.
- А на втором уровне не может быть «плохим» такое высказывание, которое мы не можем проверить: мы не нашли положения дел, которое делает его ложным.

Тогда теряется привлекательность метафизики антиреализма

А или не-А

Т Т F

X X X

F T T

Речь идет об истинности-1, а не об истинности-2. Поэтому мы ничего не говорим о положениях дел тут, нас интересуют подтверждения.

Заключение

- Если бы Даммиту удалось вытянуть X на уровень истинности-2, то метафизика антиреализма казалась бы сильнее.
- Но т.к. X остается на уровне истинности-1, тогда это не решение случаев Мура.
- Это их переформулировка.
- Видимо, это произошло потому что Даммит объединил фрегевскую теорию истины с верификационизмом.
- Отказаться от первой значило бы предать E -определение.
- И сказать, что всегда, когда мы говорим, что некое высказывание является истинным, всегда нашей целью является свидетельствовать о том, что это суждение проверено.
- Но тогда нужно снова смотреть на детали.

Спасибо за внимание