

*Контекстуальная составляющая  
принципов построения логических  
выражений в "Основных законах  
арифметики" Г. Фреге*

Ю.Ю.Черноскутов, СПбГУ

**Екатеринбург**, uAnalyticon 2021

# I. Буквы и метки, или вспомогательные (временные) знаки, которые не являются элементами собственно понятийного письма:

1.  $\Gamma, \Delta, \Lambda, \dots$  – предметные буквы
2.  $\Phi, \Psi, X, \dots$  – функциональные буквы первой степени
3.  $M_\beta, M_{\beta\gamma}, \dots$  – функциональные буквы второй степени
4.  $\xi, \zeta, \dots$  – метки аргументных мест функций первой степени
5.  $\varphi, \psi, \dots$  – метки аргументных мест функций второй степени
6.  $\mu_\beta$  – метки аргументных мест функций третьей степени
7.  $a, b, c, \dots$  латинские метки с неограниченной областью
8.  $a, b, c, \dots$  – метки аргументных мест функции всеобщности
9.  $\alpha, \varepsilon$  – метки а р г у м е н т н ы х мест функции пробега значений

# Простые имена понятийного письма

*Имена функций первой степени:*

1. —  $\xi$  — направляющая.
2.  $\top \xi$  — имя функции отрицания.
3.  $\top \begin{matrix} \xi \\ \zeta \end{matrix}$  — имя функции условной связи.
4.  $\xi = \zeta$  — имя функции равенства.
5.  $\backslash \xi$  — имя функции, заменяющей определенный артикль.

*Имена функций второй степени:*

6.  $\underbrace{\quad}_a \varphi(a)$  — имя функции всеобщности.
7.  $\dot{\epsilon} \varphi(\epsilon)$  — имя функции пробега значений.

*Имя функции третьей степени:*

8.  $\forall f \mu_\beta(f(\beta))$

# Виды аргументов (и аргументных мест)

- Аргументы **первого вида**: предметы. Соответственно, аргументные места 1-го вида допускают заполнение только собственными именами.
  - Аргументы **второго вида**: функции первой степени с одним аргументом. Соответственно, аргументные места 2-го вида допускают заполнение только именами функций первой степени с одним аргументом.
  - Аргументы **третьего вида**: функции первой степени с двумя аргументами. Соответственно, аргументные места 3-го вида допускают заполнение именами функций первой степени с двумя аргументами.
- И т.д. ....

# Способы построения имён:

- «Вставка» - заполнение аргументного места тем или иным именем.
- «Удаление» - создание аргументного места путём исключения из имени его части, тоже являющейся именем.

# 1. Виды вставки.

- 1.1. Вставка собственного имени в аргументное место 1-го вида в имени функции первой степени с одним аргументом.  
*Результат:* появление собственного имени.
- 1.2. Вставка имени функции первой степени в аргументное место 2-го вида в имени функции второй степени с одним аргументом.  
*Результат:* появление собственного имени.
- 1.3. Вставка имени функции второй степени с одним аргументом 2-го вида в соответствующее место имени функции третьей степени. *Результат:* появление собственного имени.
- 1.4. Вставка собственного имени на одно из аргументных мест функции первой степени с двумя аргументами. *Результат:* появление функционального имени первой степени.

## 2. Виды удаления.

2.1. Удаление собственного имени из собственного имени. *Результат*: появление функционального имени первой ступени.

2.2. Удаление собственного имени из имени функции с одним аргументом. *Результат*: появление функционального имени первой ступени с двумя аргументами.

2.3. Удаление функционального имени первой ступени из собственного имени. *Результат*: появление функционального имени второй ступени.

## *3. Виды замены.*

3.1. Замена собственного имени латинской меткой.  
Результат: появление предметной метки.

3.2. Замена функционального имени латинской меткой. Результат: появление функциональной метки.

- В §29 задаются условия, при которых собственные имена и имена функций имеют значение.
- Затем в §31 доказывається, во-первых, что все восемь простых имён являются обозначающими, и, во-вторых, что все имена, построенные из них с помощью указанных выше способов, удовлетворяют этим условиям, и потому всегда являются обозначающими.

# Критерии значимости имён

Пусть  $\downarrow(\Phi(\xi), \Delta_\xi)$  обозначает вставку имени  $\Delta$  в имя функции  $\Phi(\xi)$  на аргументное место, помеченное меткой  $\xi$ . Справа от знака  $|\sim\rangle$  будем записывать имя, получаемое в результате такой вставки. Восклицательный знак после знака или последовательности знаков будет обозначать, что этот знак или последовательность знаков имеет значение.

$$31. \Delta! \Leftrightarrow \downarrow \forall \Phi(\Phi(\xi), \Delta_\xi) |\sim\rangle \Phi(\Delta)!$$

$$\& \downarrow \forall \Psi(\Psi(\xi, \zeta), \Delta_\xi) |\sim\rangle \Phi(\zeta)!$$

$$\& \downarrow \forall \Psi(\Psi(\xi, \zeta), \Delta_\zeta) |\sim\rangle \Phi(\xi)!$$

$$32. \Phi(\xi)! \Leftrightarrow \downarrow \forall \Delta (\Phi(\xi), \Delta!_\xi) |\sim\rangle \Phi(\Delta)!$$

$$33. \Psi(\xi, \zeta)! \Leftrightarrow \downarrow \forall \Delta \forall \Gamma (\Psi(\xi, \zeta), \Delta!_\xi, \Gamma!_\zeta) |\sim\rangle \Psi(\Delta, \Gamma)!$$

$$34. M_\xi(\varphi(\xi))! \Leftrightarrow \downarrow \forall \Phi(\varphi(\xi), \Phi(\xi)!_\varphi) |\sim\rangle M_\xi(\Phi(\xi))!$$

$$35. \forall f \mu\beta(f(\beta))! \Leftrightarrow \downarrow \forall M\beta (\forall f \mu\beta(f(\beta)), M\beta(\varphi(\beta)))! \mu\beta |\sim\rangle M\beta(\varphi(\beta))!$$

Эти критерии приводятся только для имён, построенных методом вставки.

# За контекстуальность:

1) Простые имена языка ОЗА, будучи исключительно именами функций, являются неполными именами, но они имеют значение до того, как мы начинаем строить полное имя, вставляя собственное имя на аргументные места.

2) Обозначающие имена могут строиться из одних только меток и имён функций, причём некоторые из получаемых таким способом имён представляют собой не что иное, как основные законы логической системы. Таким образом, имя-целое имеет значение, несмотря на то, что оно составлено вовсе не из обозначающих имён.

# За композициональность:

Новые имена могут строиться из простых только с помощью операций вставки, а из сложных – с помощью обоих способов построения имён. В свете этого наблюдения приходится признать, что

- а) синтаксически, при построении имён по индукции на базе простых имён, композициональность предшествует контекстуальности.
- б) семантически: имена-части могут удаляться из имён-целых, потому что они уже имеют некоторое значение; это значение не создано контекстом целого, и оно не теряется при удалении из контекста.

## За дуализм:

Да, простые имена – только имена функций, т.е. неполные имена, которые, тем не менее, имеют самостоятельное значение. Вместе с тем, они не создают, не изменяют, и никаким иным образом не воздействуют на значение имён, вставляемых на предназначенные для этого места. Учитывая этот факт, можно охарактеризовать подход Фреге в ОЗА как синтаксический контекстуализм, но предполагающий семантическую композициональность.