О некоторых особенностях CPL

Лев Ламберов

Уральский федеральный университет им. первого Президента Б.Н.Ельцина

Цель

Исследовать особенности CPL (логики кроссмировой предикации), предложенной Е. В. Борисовым. В частности, обратиться к формулам, соответствующим некоторым (1) стандартным правилам введения/удаления кванторов, (2) правилам перестановки кванторов и модальных операторов, (3) формулам, выражающим особенности онтологии, предполагаемой CPL.

Мотивация

В естественном языке мы часто используем предложения вида «Лев мог бы быть усерднее» (предполагая «усерднее, чем он есть»), «Конференция “uAnalytiCon-2023” могла бы быть веселее» или «Твоя мамка настолько жирная, что она не могла бы быть жирнее». Такие предложения (естественно) анализировать как утверждения об отношениях между индивидами, принадлежащими доменам разных возможных миров. Например, первое предложение могло бы быть проанализировано как утверждающее, что Лев в некотором достижимом возможном мире более усерден, чем Лев в действительном мире. Однако стандартная модальная логика не позволяет исследовать феномен кроссмировой предикации.

Кроме того, кроссмировая предикация может использоваться (см. [1]) для анализа (1) предложений о фиктивных объектах («Бильбо из “Властелина колец” выше Дюймовочки из сказки Х. К. Андерсена»), (2) предложений, содержащих контртождественные выражения («Если бы я был тобой, то я бы не поставил на эту лошадь»), и (3) предложений о супервентности («Ментальное супервентно по отношению к физическому: не может быть различия в ментальном без различия в физическом»).

Подходы

Для исследования кроссмировой предикации были предложены различные подходы, излагаемые в работах [2], [3], упомянутой [1] и [4]. В указанных подходах предлагается использовать гибридные операторы (Коцурек) или маркёры наклонения (Вемайер), для чего требуется введение в объектный язык переменных, пробегающих возможные миры. Альтернативный (негибридный) подход разрабатывается в работах [5] и [6], где строится CPL. В дальнейшем обсуждение посвящено изучению этой системы.

Ещё кое-что интересное в CPL (см. справа):

13. $\models \forall x \Box \forall y (R(x,y) \to S(x,y)) \to$
$[\forall x \Box \forall y R(x,y) \to \forall x \Box \forall y S(x,y)]$
14. $\not\models \forall x \Box \forall y (\forall x P(x) \to R(x,y)) \to$
$[\forall x P(x) \to \forall x \Box \forall y R(x,y)]$
15. $\not\models (\lambda x. \Diamond (\lambda y. R(x,y))(b))(a) \to$
$[\exists z (\lambda x. x = z)(a) \wedge \Diamond \exists z (\lambda y. y = z)(b)]$

Кое-что интересное в CPL

1. $\not\models \forall x P(x) \to P(x)$
2. $\not\models \forall x P(x) \to (\lambda x. P(x))(a)$
3. $\models \forall x P(x) \to [\exists x (\lambda y. x = y)(a) \to (\lambda x. P(x))(a)]$
4. $\not\models \exists x (\lambda y. x = y)(a)$
5. $\not\models \forall x \Box \exists y (x = y)$
6. $\not\models \forall x \Box A \to \Box \forall x A$
7. $\not\models \Box \forall x A \to \forall x \Box A$
8. $\models \exists x \Diamond P(x) \to \exists x P(x)$
9. $\models \exists x P(x) \to \exists x \Box P(x)$
10. $\not\models \exists x \Diamond (\lambda x. P(x))(x) \to \exists x P(x)$
11. $\not\models \exists x P(x) \to \exists x \Box (\lambda x. P(x))(x)$
12. $\not\models \forall x \Box \forall y (R(x,y) \to [\exists z x = z \wedge \Box \exists z y = z])$

CPL: язык, синтаксис, семантика

Стандартный язык модальной логики с лямбда-оператором; достижимость без ограничений; переменный домен.

- $\phi ::= P(x_1, \ldots, x_n) | \neg\phi | (\phi_1 \wedge \phi_2) | (\phi_1 \vee \phi_2) | (\phi_1 \to \phi_2) | \Box\phi | \Diamond\phi | \forall x \phi | \exists x \phi | (\lambda x. \phi)(t)$
- $\mathcal{M} = \langle \mathcal{G}, \mathcal{R}, \mathcal{D}_w, \mathcal{I} \rangle$
  - $a \in CON \Rightarrow \mathcal{I}(a) : \mathcal{G} \to \mathcal{D}(\mathcal{M})$
  - $P \in PRED^n \Rightarrow \mathcal{I}(P) : \mathcal{G}^n \to \mathcal{P}(\mathcal{D}(\mathcal{M})^n)$
  - Для всех $w, u \in \mathcal{G}, \mathcal{I}(=)(\langle w, u \rangle) = \{(e,e) : e \in \mathcal{D}(\mathcal{M})\}$
- $v : VAR \to \mathcal{D}_{\mathcal{M}}$
- $f_x^w(y) = \begin{cases} w & \text{если } y = x \\ f(y) & \text{если } y \neq x \& y \in dom(f) \\ \text{undef} & \text{если } y \neq x \& y \notin dom(f) \end{cases}$
- $\overline{fw}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{если } x \in dom(f) \\ w & \text{если } x \notin dom(f) \end{cases}$
- $v\mathcal{I}(t)(w) = \begin{cases} v(t) & \text{если } t \in VAR \\ \mathcal{I}(t)(w) & \text{если } t \in CON \end{cases}$
- Пусть $\mathcal{M} = \langle \mathcal{G}, \mathcal{R}, (\mathcal{D}_{\exists w \in \mathcal{G}}), \mathcal{I}$ — модель, тогда
  - $\mathcal{M}, w, v, f \models P(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow \langle v(x_1, \ldots, v(x_n) \rangle \in \mathcal{I}(P)(\langle \overline{fw}(x_1), \ldots, \overline{fw}(x_n) \rangle)$
  - $\mathcal{M}, w, v, f \models \neg\phi \Leftrightarrow \mathcal{M}, w, v, f \not\models \phi$ — аналогично для остальных булевых связок
  - $\mathcal{M}, w, v, f \models \Box\phi \Leftrightarrow (\forall u \in \mathcal{R}[w]) \mathcal{M}, u, v, f \models \phi$ — аналогично для $\Diamond$
  - $\mathcal{M}, w, v, f \models \forall x \phi \Leftrightarrow (\forall e \in \mathcal{D}_w) \mathcal{M}, w, v_x^e, f_x^w \models \phi$ — аналогично для $\exists$
  - $\mathcal{M}, w, v, f \models (\lambda x. \phi)(t) \Leftrightarrow \mathcal{M}, w, v_x^{v\mathcal{I}(t)(w)}, f_x^w \models \phi$

Почему?

- Интерпретация предикатных символов, переменных и констант даётся в домене модели, а квантифицированные переменные пробегают домен мира оценки (напр., (1), (2), (4))
- VP-функции определяют, из какого возможного мира следует брать значение переменной (напр., (8), (9), (10), (11))
- Домены миров являются (необязательно совпадающими) подмножествами домена модели (напр., (5), (6), (7))

Литература

[1] A. Kocurek.
The Problem of Cross-world Predication.
Journal of Philosophical Logic, 45(6):697–742, 2016.

[2] Butterfield J. and Stirling C.
Predicate Modifiers in Tense Logic.
Logique et Analyse, 30(117/118):31–50, 1987.

[3] Wehmeier K. F.
Subjunctivity and Cross-world Predication.
Philosophical Studies, 159:107–122, 2012.

[4] Wehmeier K. and Rückert H.
Still in the Mood: The Versatility of Subjunctive Markers in Modal Logic.
Topoi, 38:361–377, 2019.

[5] Борисов Е. В.
Кросс-мировая предикация в естественном языке и в логической семантике.
Логико-философские штудии, 19(4):260–272, 2021.

[6] Borisov E. V.
A Nonhybrid Logic for Crossworld Predication.
forthcoming.

Благодарности

Выражаю благодарность Евгению Борисову за помощь в работе, советы и замечания, а также Виктории Сухаревой за пример про мамку.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда №23-28-01465, https://rscf.ru/project/23-28-01465/.

Контакты

- Электронная почта: lev.lamberov@urfu.ru